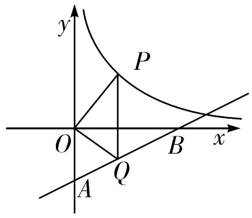
2019 陕西中考押题：数学（二）

## 命题点 1　反比例函数的最值问题

1. **(2019 乐山 15 题 3 分)** 如图，点 $P$ 是双曲线 $C$：$y=\frac{4}{x}(x>0)$上的一点，过点 $P$ 作 $x$ 轴的垂线交直线 $AB$：$y=\frac{1}{2}x-2$ 于点 $Q$，连接 $OP$，$OQ$.当点 $P$ 在曲线 $C$ 上运动，且点 $P$ 在 $Q$ 的上方时，△$POQ$ 面积的最大值是________.

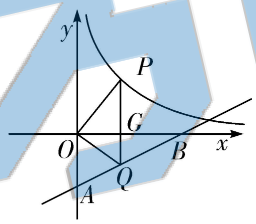



第 1 题图

**【参考答案】**

3【解析】点 $P$ 在双曲线 $y=\frac{4}{x}$上，如解图，令 $PQ$ 与 $x$ 轴的交点为点 $G$，令 $P(x，\frac{4}{x})$，则 $Q(x，\frac{x}{2}-2)$，则 $S_{\triangle OPG}=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\frac{4}{x}=2$ 为定值，$S_{\triangle OGQ}=\frac{1}{2}\times x\times(2-\frac{x}{2})=x-\frac{x^2}{4}=-(\frac{1}{2}x-1)^2+1$，当 $\frac{1}{2}x-1=0$，即 $x=2$ 时，

$S_{\triangle OGQ}$ 有最大值为 1.∴$S_{\triangle POQ}=S_{\triangle OGQ}+S_{\triangle OPG}=1+2=3$，△$POQ$ 面积的最大值是 3.




第 1 题解图

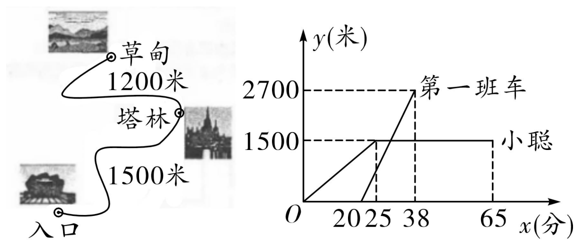
## 命题点 2　一次函数实际应用

2. **(2019 宁波 24 题 10 分)** 某风景区内的公路如图①所示，景区内有免费的班车，从入口处出发，沿该公路开往草甸，途中停靠塔林(上下车时间忽略不计)，第一班车上午 8 点发车，以后每隔 10 分钟有一班车从入口处发车．小聪周末到该风景区游玩，上午 7:40 到达入口处，因还没到班车发车时间，于是从景区入口处出发，沿该公路步行 25 分钟后到达塔林．离入口处的路程 $y$(米)与时间 $x$(分)的函数关系如图②所示．

(1)求第一班车离入口处的路程 $y$(米)与时间 $x$(分)的函数表达式；

(2)求第一班车从入口处到达塔林所需的时间；

(3)小聪在塔林游玩 40 分钟后，想坐班车到草甸，则小聪最早能够坐上第几班车？如果他坐这班车到草甸，比他在塔林游玩结束后立即步行到草甸提早了几分钟？(假设每一班车速度均相同，小聪步行速度不变)




图①　　图②

第 2 题图

**【参考答案】**

**解：**(1)由题意得，可设函数表达式为：

$y=kx+b(k\neq 0)$.

把(20，0)，(38，2700)代入 $y=kx+b$，得 $\begin{cases}0=20k+b\\2700=38k+b\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=150\\b=-3000\end{cases}$.

∴第一班车离入口处的路程 $y$(米)与时间 $x$(分)的函数表达式为 $y=150x-3000(20\leqslant x\leqslant 38)$；

(2)把 $y=1500$ 代入 $y=150x-3000$，解得 $x=30$.

$30-20=10$(分).

∴第一班车到塔林所需时间为 10 分钟；

(3)设小聪坐上第 $n$ 班车.

$30-25+10(n-1)\geqslant 40$，解得 $n\geqslant 4.5$，

∴小聪最早坐上第 5 班车.

等班车时间为 5 分钟，

坐班车所需时间：$1200\div 150=8$(分钟)，

步行所需时间：$1200\div(1500\div 25)=20$(分钟)，

$20-(8+5)=7$(分钟).

∴小聪坐班车去草甸比他游玩结束后立即步行到达草甸提早了 7 分钟.

## 命题点 3　统计

3. **(2019 甘肃省卷 24 题 8 分)** 为弘扬传统文化，某校开展了“传承经典文化，阅读经典名著”活动. 为了解七、八年级学生(七、八年级各有 600 名学生)的阅读效果，该校举行了经典文化知识竞赛. 现从两个年级各随机抽取 20 名学生的竞赛成绩(百分制)进行分析，过程如下：

收集数据：

七年级：79，85，73，80，75，76，87，70，75，94，75，79，81，71，75，80，86，59，83，77.

八年级：92，74，87，82，72，81，94，83，77，83，80，81，71，81，72，77，82，80，70，41.

整理数据：

| | $40\leqslant x\leqslant 49$ | $50\leqslant x\leqslant 59$ | $60\leqslant x\leqslant 69$ | $70\leqslant x\leqslant 79$ | $80\leqslant x\leqslant 89$ | $90\leqslant x\leqslant 100$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 七年级 | 0 | 1 | 0 | $a$ | 7 | 1 |
| 八年级 | 1 | 0 | 0 | 7 | $b$ | 2 |

分析数据：

| | 平均数 | 众数 | 中位数 |
|---|---|---|---|
| 七年级 | 78 | 75 | $c$ |
| 八年级 | 78 | $d$ | 80.5 |

应用数据：

(1)由上表填空：$a$=__________，$b$=__________，$c$=_________，$d$=_________；

(2)估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有多少人？

(3)你认为哪个年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好，请说明理由.

【参考答案】

**解：**(1)11，10，78，81；

(2)$600\times\frac{1}{20}+600\times\frac{2}{20}=90$(人)；

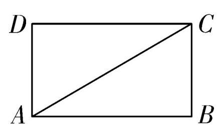
(3) 八年级学生对经典文化知识掌握的总体水平较好，理由：八年级学生成绩的中位数较高.

## 命题点 4　尺规作图

4. **(2019 荷泽 17 题 6 分)** 如图，四边形 $ABCD$ 是矩形.

(1)用尺规作线段 $AC$ 的垂直平分线，交 $AB$ 于点 $E$，交 $CD$ 于点 $F$(不写作法，保留作图痕迹)；

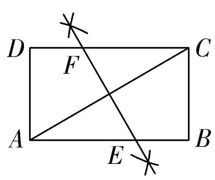
(2)若 $BC=4$，$\angle BAC=30°$，求 $BE$ 的长.

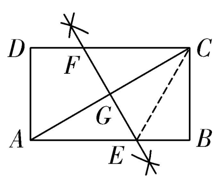



第 4 题图

【参考答案】

**解：**(1)作图如解图①所示；



第 4 题解图①　　　第 4 题解图②

(2)如解图②，连接 $EC$，设 $EF$ 与 $AC$ 交于点 $G$.

∵$FE$ 垂直平分 $AC$，∴$AE=EC$，

∴$\angle CEB=2\angle BAC=60°$.

∵$BC=4$，$\angle B=90°$，∴$\tan\angle CEB=\dfrac{BC}{BE}$，

∴$\tan 60°=\dfrac{4}{BE}$，解得 $BE=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

## 命题点 5　二次函数综合题

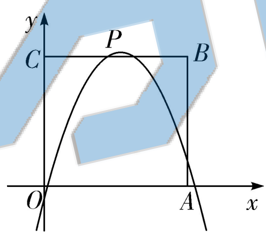
5. **(2019 金华 23 题 10 分)** 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的边长为 4，边 $OA$，$OC$ 分别在 $x$ 轴，$y$ 轴的正半轴上，把正方形 $OABC$ 的内部及边上，横、纵坐标均为整数的点称为好点．点 $P$ 为抛物线

$y=-(x-m)^2+m+2$ 的顶点.

(1)当 $m=0$ 时，求该抛物线下方(包括边界)的好点个数；

(2)当 $m=3$ 时，求该抛物线上的好点坐标；

(3)若点 $P$ 在正方形 $OABC$ 内部，该抛物线下方(包括边界)恰好存在 8 个好点，求 $m$ 的取值范围.




第 5 题图

【推荐区域：河北】

**【参考答案】**

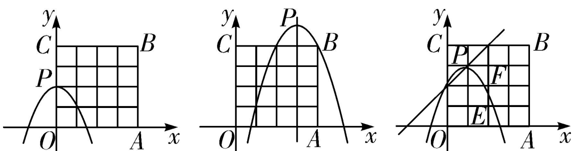
**解：**(1)当 $m=0$ 时，二次函数的表达式为 $y=-x^2+2$，

画出函数图象如解图①，

∵当 $x=0$ 时，$y=2$；当 $x=1$ 时，$y=1$，

∴抛物线经过点(0，2)和(1，1)，

∴好点有：(0，0)，(0，1)，(0，2)，(1，0)和(1，1)共 5 个；




图①　图②　图③

第 5 题解图

(2) 当 $m=3$ 时，二次函数的表达式的表达式为 $y=-(x-3)^2+5$，

画出函数图象如解图②，

∵当 $x=1$ 时，$y=1$；当 $x=2$ 时，$y=4$；当 $x=4$ 时，$y=4$，

∴该抛物线上存在好点，坐标分别是(1，1)，(2，4)和(4，4)；

(3)∵抛物线顶点 $P$ 的坐标为($m$，$m+2$)，

∴点 $P$ 在直线 $y=x+2$ 上.

由于点 $P$ 在正方形内部，则 $0<m<2$.

如解图③，点 $E$(2，1)，$F$(2，2).

∴当顶点 $P$ 在正方形 $OABC$ 内，且好点恰好存在 8 个时，抛物线与线段 $EF$ 有交点(点 $F$ 除外).

当抛物线经过点 $E$(2，1)时，$-(2-m)^2+m+2=1$，

解得：$m_1=\frac{5-\sqrt{13}}{2}$，$m_2=\frac{5+\sqrt{13}}{2}$(舍去).

当抛物线经过点 $F$(2，2)时，$-(2-m)^2+m+2=2$，

解得：$m_3=1$，$m_4=4$(舍去)，

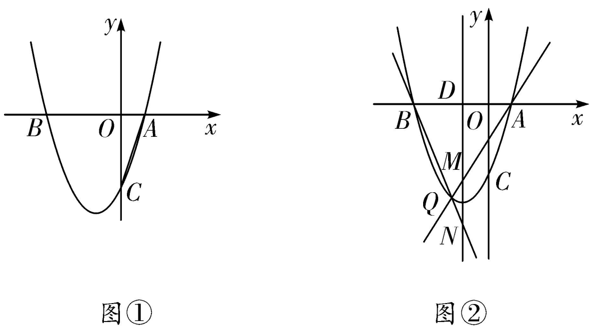
∴当 $\frac{5-\sqrt{13}}{2}\leqslant m<1$ 时，顶点 $P$ 在正方形 $OABC$ 内，恰好存在 8 个好点.

6. **(2019 宿迁 28 题 12 分)** 如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交 $x$ 轴于 $A$、$B$ 两点，其中点 $A$ 坐标为(1，0)，与 $y$ 轴交于点 $C$(0，$-3$).

(1)求抛物线的函数表达式；

(2)如图①，连接 $AC$，点 $P$ 在抛物线上，且满足∠$PAB$=2∠$ACO$.求点 $P$ 的坐标；

(3)如图②，点 $Q$ 为 $x$ 轴下方抛物线上任意一点，点 $D$ 是抛物线对称轴与 $x$ 轴的交点，直线 $AQ$、$BQ$ 分别交抛物线的对称轴于点 $M$、$N$.请问 $DM+DN$ 是否为定值？如果是，请求出这个定值；如果不是，请说明理由.




第 6 题图

【参考答案】

**解：**(1)把 $A$(1，0)，$C$(0，$-3$)代入 $y=x^2+bx+c$ 得，

$\begin{cases}1+b+c=0\\c=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的函数表达式为 $y=x^2+2x-3$；

(2)如解图，过点 $A$ 作 $y$ 轴的对称点 $A'$，作 $AD\perp A'C$ 于点 $D$，

∴点 $A'$ 的坐标为$(-1，0)$，

则 $AA'=2$，$OC=3$，$A'C=\sqrt{10}$，

∵$S_{\triangle A'AC}=\dfrac{1}{2}AA'\cdot OC=\dfrac{1}{2}A'C\cdot AD$，

∴$AD=\dfrac{AA'\cdot OC}{A'C}=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$，

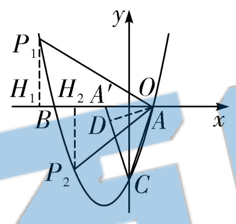
在 Rt$\triangle A'AD$ 中，$A'D^2+AD^2=A'A^2$，

解得 $A'D=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，∴$DC=\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$，

∴$\tan\angle ACA'=\dfrac{AD}{DC}=\dfrac{3}{4}$.

由对称可得$\angle ACD=2\angle ACO$，则$\angle PAB=\angle ACD$，

设 $P(a，a^2+2a-3)$，




第 6 题解图

①如解图，当点 $P$ 在 $x$ 轴的上方时，作 $P_1\perp x$ 轴于点 $H_1$，

∴$\tan\angle P_1AB=\dfrac{P_1H_1}{AH_1}=\dfrac{a^2+2a-3}{1-a}=\dfrac{3}{4}$，

解得 $a_1=1$(舍)，$a_2=-\dfrac{15}{4}$，

把 $a=-\dfrac{15}{4}$代入得 $P(-\dfrac{15}{4}，\dfrac{57}{16})$；

②如解图，当点 $P$ 在 $x$ 轴的下方时，作 $P_2\perp x$ 轴于点 $H_2$，

∴$\tan\angle P_2AB=\dfrac{P_2H_2}{AH_2}=\dfrac{-a^2-2a+3}{1-a}=\dfrac{3}{4}$，

解得 $a_1=1$(舍)，$a_2=-\dfrac{9}{4}$，

把 $a=-\dfrac{9}{4}$代入得 $P(-\dfrac{9}{4}，-\dfrac{39}{16})$.

综上所述，点 $P$ 的坐标为$(-\dfrac{9}{4}，-\dfrac{39}{16})$，$(-\dfrac{15}{4}，\dfrac{57}{16})$；

(3)是定值.

设 $AQ$ 的解析为 $y=k_1x+b_1$，

把 $A(1,0)$，$Q(m,m^2+2m-3)$代入得

$\begin{cases}k_1+b_1=0\\k_1m+b_1=m^2+2m-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k_1=\dfrac{m^2+2m-3}{m-1}\\b_1=-\dfrac{m^2+2m-3}{m-1}\end{cases}$，

$\therefore y=\dfrac{m^2+2m-3}{m-1}x-\dfrac{m^2+2m-3}{m-1}$，

当 $x=-1$ 时，$y=-2\dfrac{m^2+2m-2}{m-1}$，

设 $BQ$ 的解析式为 $y=k_2x+b_2$，

把 $B(-3,0)$，$Q(m,m^2+2m-3)$代入 $y=k_2x+b_2$，得$\begin{cases}-3k_2+b_2=0\\mk_2+b_2=m^2+2m-3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k_2=\dfrac{m^2+2m-3}{m+3}\\b_2=3\dfrac{m^2+2m-3}{m+3}\end{cases}$，

$\therefore y=\dfrac{m^2+2m-3}{m+3}x+3\dfrac{m^2+2m-3}{m+3}$，

当 $x=-1$ 时，$y=2\dfrac{m^2+2m-3}{m+3}$，

$DM=2\dfrac{m^2+2m-3}{m-1}=2(m+3)$，

$DN=-2\dfrac{m^2+2m-3}{m+3}=-2(m-1)$，

$DM=2m+6$，$DN=-2m+2$，$DM+DN=8$.

$\therefore DM+DN$ 是定值，定值为 8.