

## 数 学

## 快速对答案

一、选择题(每小题2分,共20分)

1~5 ADCAC 6~10 DCCBA

二、填空题(每小题3分,共18分)

11.  $x(x-1)^2$  12. 5 13.  $-1 < x \leq \frac{3}{2}$  14. 丙 15. 4 16.  $2\sqrt{3}$ 

三、解答题请看“详解详析”P41~P47

## 详解详析

一、选择题(每小题2分,共20分)

1. A

➔ **2019 预测** 实数的分类和实数的大小比较沈阳中考近6年轮换考查,仅2017年考查实数的相关概念.

(1)题位固定在第1题,考查形式有:有理数的判断(1次),无理数的判断(1次),判断比0大(小)的数(各1次),求一个数的相反数(1次);

(2)预计2019年考查实数的大小比较的可能性较大.

## 拓展训练

1. 下列各数中最小的数是 ( )

A.  $-\sqrt{2}$  B.  $-\sqrt{3}$  C. 0 D. 1

温馨提示:拓展训练答案见本卷答案最后(P47)

2. D 【解析】俯视图是从上往下看得到的图形,从上往下看,几何体有2行,第一行有2个正方形,第二行有2个正方形,∴几何体的俯视图如D选项所示.

【方法指导】小正方体组合体三视图的判断方法:

(1)找准所判断视图的观察方向;

(2)从视图的观察方向看几何体:

①判断主视图时,从前往后看,几何体从左往右有 $x$ 列,每一列有 $y$ 层,对应到主视图中即有 $x$ 列,每一列即有 $y$ 个正方体,并注意每列中正方体的摆放位置;

②判断左视图时,从左往右看,几何体从左往右有 $m$ 列,每一列有 $n$ 层,对应到左视图中即有 $m$ 列,每一列即有 $n$ 个正方体,并注意每列中正方体的摆放位置;

③判断俯视图时,从上往下看,几何体从前往后有 $p$ 行,每一行有 $q$ 个,对应到俯视图即有 $p$ 行,每行有 $q$

个,注意每行中正方体的摆放位置.

➔ **2019 预测** 三视图的判断是近6年沈阳中考的必考点.

(1)考查形式有:小正方体组合体三视图的判断,其中左视图(3次),俯视图(1次),三视图的还原(2次);

(2)预计2019年考查小正方体组合体三视图的判断的可能性较大.

3. C 【解析】将大于10的数用科学记数法表示,其形式为 $a \times 10^n$ ,其中 $1 \leq a < 10$ , $n$ 为原数的整数位数减1,故 $13000 = 1.3 \times 10^4$ .

【方法指导】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ ,其中 $1 \leq |a| < 10$ ,当原数大于10时, $n$ 等于原数的整数位数减1;对于含有计数单位的数字用科学记数法表示时,应先把计数单位转换为数字,然后用科学记数法来表示.常考的计数单位有:1千 $= 10^3$ ,1万 $= 10^4$ ,1亿 $= 10^8$ .

➔ **2019 预测** 科学记数法沈阳中考近6年仅2015年未考.

(1)题位均在选择题中,考查的数字都是大于10的数,仅2013年涉及“亿”的换算,其余均不涉及单位换算,背景为沈阳或辽宁当地的信息;

(2)预计2019年仍会考查大于10的数的科学记数法,且以沈阳当地的热点信息为背景.

## 拓展训练

2. 自2019年沈阳市皇姑区“创卫”以来,市、区两级财政及市场主办单位共投入资金约1900万元,将数据1900万用科学记数法表示为 ( )

A.  $1.9 \times 10^7$  B.  $1.9 \times 10^8$   
C.  $0.19 \times 10^7$  D.  $0.19 \times 10^8$

4. A 【解析】 $\because \angle ADE = 150^\circ, \therefore \angle ADB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ. \therefore AD \parallel BC, \therefore \angle DBC = \angle ADB = 30^\circ.$

► **2019 预测** 平行线的性质求角度沈阳中考近 6 年考查 3 次,且近两年连续考查.

(1) 题位除 2013 年在填空题外,其余均在选择题;涉及的知识点包含:补角、对顶角、同位角、内错角、同旁内角;

(2) 预计 2019 年仍会考查平行线的性质求角度.

#### 5. C 【解析】

选项	逐项分析	正误
A	$a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^6 \neq a^9$	×
B	$a^2$ 与 $a^3$ 不是同类项,不能合并	×
C	$a^4 \div (-a)^2 = a^{4-2} = a^2$	√
D	$(a+b)(-a-b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2 \neq a^2 - b^2$	×

【方法指导】常考的运算及运算法则( $m, n$  为正整数)

名称	运算法则	公式表示
同底数幂的乘法	底数不变,指数相加	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
同底数幂的除法	底数不变,指数相减	$a^m \div a^n = a^{m-n}$ ( $a \neq 0, m > n$ )
幂的乘方	底数不变,指数相乘	$(a^m)^n = a^{mn}$
积的乘方	各因式乘方的积	$(ab)^n = a^n b^n$
乘法公式	平方差公式	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
	完全平方公式	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

► **2019 预测** 整式的运算是近 6 年沈阳中考必考点.

(1) 题位均在选择题,涉及的知识点有:同底数幂的乘法,同底数幂的除法,积的乘方,幂的乘方,完全平方公式、平方差公式,其中同底数幂的乘法是必考点,积的乘方或幂的乘方也是必考的其中一项;

(2) 预计 2019 年仍会在选择题中考查.

6. D 【解析】 $\because$  点  $A(1+m, 1-n)$  与点  $B(-3, 2)$  关于原点对称, $\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(3, -2), \therefore 1+m=3, 1-n=-2, \therefore m=2, n=3, \therefore m+n=2+3=5.$

► **2019 预测** 平面直角坐标系中点的坐标特征沈阳中考近 6 年考查 3 次,且近 2 年连续考查.

(1) 除 2013 年在填空题考查外,其余均在选择题中

考查,考查的形式为求某点关于  $x$  轴或  $y$  轴或原点对称的点坐标;

(2) 预计 2019 年仍会在选择题中考查平面直角坐标系中点的坐标特征.

7. C 【解析】打开电视机正在播放《经典咏流传》,是随机事件,A 选项错误;清明节不一定下雨,B 选项错误;三角形任意两边之和大于第三边,是必然事件,C 选项正确;抛掷一枚骰子,正面朝上的数有可能是偶数也有可能是奇数,是随机事件,D 选项错误.

► **2019 预测** 事件的判断沈阳中考近 4 年连续考查.

(1) 题位均在选择题,考查的形式有:①必然事件的判断(3 次)、②已知事件判断是什么事件(1 次);

(2) 预计 2019 年在选择题中考查事件的判断可能性较大.

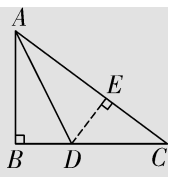
8. C 【解析】 $\because$  点  $A(-1, 4)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上, $\therefore k = -1 \times 4 = -4, \therefore -2 \times 2 = -4, \therefore$  点  $(-2, 2)$  在该反比例函数图象上.

► **2019 预测** 反比例函数的图象与性质沈阳中考近 3 年连续考查.

(1) 题位均在选择题中,考查的知识点有:解析式的确定(2 次),系数  $k$  的几何意义(1 次),且命题形式均为“已知...求  $k$  值”;

(2) 预计 2019 年仍会考查反比例函数的图象与性质.

9. B 【解析】如解图,过点  $D$  做  $DE \perp AC$  于点  $E, \therefore \angle DEC = 90^\circ$ , 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $AB = 6, AC = 10, \therefore BC = 8, \therefore AD$  是  $\angle BAC$  的平分线, $\therefore BD = DE, \therefore AD = AD, \therefore \triangle ABD \cong \triangle AED, \therefore AE = AB = 6, EC = 10 - 6 = 4$ , 设  $DE = x$ , 则  $DC = 8 - x$ , 在  $\text{Rt} \triangle DEC$  中, 根据勾股定理可得  $x^2 + 4^2 = (8 - x)^2$ , 解得  $x = 3, \therefore BD = 3$ .



#### 10. A 【解析】

序号	逐个结论分析	正误
①	由图象知,抛物线开口向下, $\therefore a < 0$ , $\therefore$ 抛物线与 $y$ 轴交于正半轴, $\therefore c > 0$ , $\therefore ac < 0$	√
②	$\because$ 抛物线对称轴为直线 $x = 1, \therefore -\frac{b}{2a} = 1, \therefore 2a + b = 0$	√

③	∵ 抛物线与 $x$ 轴的两个交点 $A, B(-1, 0)$ , 对称轴为直线 $x=1$ , ∴ 点 $A$ 的坐标为 $(3, 0)$ , 由图象可知, 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$	×
④	由③知点 $A$ 的坐标为 $(3, 0)$ , ∴ $9a + 3b + c = 0$ , ∴ $b = -2a$ , ∴ $9a - 6a + c = 0$ , 即 $3a + c = 0$ , ∴ $a < 0$ , ∴ $4a + c = a + (3a + c) = a < 0$	√

**【方法指导】**二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象与性质:

$a$	开口向上	$a > 0$
	开口向下	$a < 0$
$ab$	对称轴为 $y$ 轴	$b = 0$
	对称轴在 $y$ 轴左侧	$ab > 0$
	对称轴在 $y$ 轴右侧	$ab < 0$
$c$	经过原点	$c = 0$
	与 $y$ 轴正半轴相交	$c > 0$
	与 $y$ 轴负半轴相交	$c < 0$
$b^2 - 4ac$	决定抛物线与 $x$ 轴的交点个数	抛物线与 $x$ 轴有两个交点, $b^2 - 4ac > 0$ 抛物线与 $x$ 轴有一个交点, $b^2 - 4ac = 0$ 抛物线与 $x$ 轴无交点, $b^2 - 4ac < 0$
特殊关系	$2a + b$	$-\frac{b}{2a}$ 与 1 比较
	$2a - b$	$-\frac{b}{2a}$ 与 -1 比较
	$a + b + c$	令 $x = 1$ , 看纵坐标
	$a - b + c$	令 $x = -1$ , 看纵坐标
	$4a + 2b + c$	令 $x = 2$ , 看纵坐标
	$4a - 2b + c$	令 $x = -2$ , 看纵坐标

## 二、填空题(每小题3分,共18分)

11.  $x(x-1)^2$  【解析】原式  $= x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$ .

➔ **2019 预测** 因式分解是近6年沈阳中考的必考点.

(1) 主要在填空题第一题考查, 涉及的方法有: 提公因式(3次), 提公因式与完全平方公式结合(1次), 提公因式与平方差公式结合(2次);  
(2) 预计2019年仍会考查因式分解, 且考查提公因式与完全平方公式结合的可能性较大.

12. 5 【解析】 $\frac{2+4+7+9+6+2}{6} = 5$ .

➔ **2019 预测** 数据代表的计算是近6年沈阳中考的必考点.

(1) 选择题和填空题均有考查, 考查形式有: 直接给出一组数据求数据代表(5次), 已知平均数求其中某个数据(1次); 涉及知识点有: 众数(3次)、中位数(3次)、平均数(2次);

(2) 预计2019年仍会考查数据代表, 且考查直接给出一组数据求平均数的可能性较大.

13.  $-1 < x \leq \frac{3}{2}$  【解析】 $\begin{cases} x+1 > 0 & \text{①, 解不等式①} \\ 2x-3 \leq 0 & \text{②,} \end{cases}$   
得  $x > -1$ , 解不等式②得  $x \leq \frac{3}{2}$ , ∴ 不等式组的解集为  $-1 < x \leq \frac{3}{2}$ .

### 拓展训练

3. 化简:  $(1 - \frac{1}{x^2}) \cdot \frac{x^2}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 丙 【解析】甲、乙、丙、丁四名同学的平均成绩相同, 丙的方差最小, 因此成绩最稳定, 应该推荐丙同学参加数学竞赛.

15. 4 【解析】∵ 甲先行驶了  $24 - 22 = 2$  (千米), ∴ 甲的速度为  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  (千米/分钟). 设乙的速度是  $x$  千米/分钟, 由图可得, 甲、乙两人相遇时, 乙行驶了 12 分钟, 则  $12x + 18 \times \frac{1}{3} = 24$ , 解得  $x = \frac{3}{2}$ . 此时乙行驶了  $12 \times \frac{3}{2} = 18$  (千米), 距离 A 地还有  $24 - 18 = 6$  (千米),  $6 \div \frac{3}{2} = 4$  (分钟). ∴ 相遇后乙还需 4 分钟才能到达 A 地.

### 拓展训练

4. 某商店销售一种新型商品, 该商品每件的进价为 60 元, 经过试销发现, 该商品的销售单价为 65 元时, 每天可售出 110 件, 销售单价每提高 1 元, 销售量相应减少 2 件, 当销售单价是          元时, 才能使每天的利润最大.

**16.**  $2\sqrt{3}$  【解析】如解图,连接  $BD, AC$ , 交于点  $O$ .  $\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,  $\therefore AC \perp BD$ .  $\therefore AF = FB, AG = GD, \therefore FG \parallel BD$ .  $\therefore \angle EFG = 90^\circ, \therefore GF \perp EF$ .  $\therefore BD \perp EF$ .  $\therefore AC \perp BD, \therefore EF \parallel AC$ .  $\therefore EF$  为  $\triangle ABC$  的中位线.  $\therefore BE = EC, \therefore AE \perp BC, \therefore AB = AC = BC, \therefore \triangle ABC$  是等边三角形,  $\therefore AB = 4, \therefore OB = 2\sqrt{3}, \therefore BD = 2OB = 4\sqrt{3}, \therefore FG = \frac{1}{2}BD = 2\sqrt{3}$ .

第 16 题解图

➔ **2019 预测** 三角形或四边形的相关计算是近 6 年沈阳中考的必考点.

(1) 题位固定在 16 题, 考查形式均为求线段长, 其中 2017、2015 年涉及旋转; 命题背景有: 直角三角形、等边三角形、平行四边形、矩形、正方形; 解题常涉及全等三角形、相似三角形、勾股定理等;  
(2) 预计 2019 年 16 题仍会考查三角形或四边形的相关计算.

**拓展训练**

**5.** 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 3, BC = 4$ , 点  $N$  为边  $DC$  上一动点 (不与  $C, D$  重合), 连接  $BN$ , 作  $C$  关于直线  $BN$  的对称点  $C'$ , 连接  $BC', C'N$ , 当  $C'$  恰好在  $\triangle ABD$  的边上时,  $CN$  的长为\_\_\_\_\_.

拓展训练 5 题图

三、解答题 (第 17 小题 6 分, 第 18、19 小题各 8 分, 共 22 分)

**17. 解:** 原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - \frac{1}{4} - \sqrt{3} + 1 \dots\dots (4 \text{ 分})$

$$= \sqrt{3} + 1 - \frac{1}{4} - \sqrt{3} + 1$$

$$= \frac{7}{4} \dots\dots (6 \text{ 分})$$

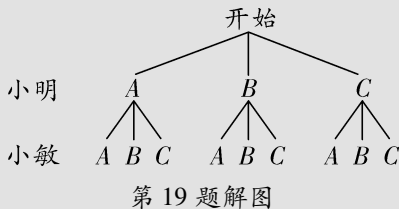
➔ **2019 预测** 实数的运算沈阳中考近 6 年仅 2014 年未考查.

(1) 题位均在解答题第一题; 运算主要包含四项; 包含的知识点有: 零次幂、去绝对值符号、负整数指数幂、特殊角的三角函数值、开立方、二次根式;  
(2) 预计 2019 年仍会在解答题第一题中考查.

**18.** (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $\therefore AB = CD, AB \parallel CD, \therefore \angle ABE = \angle CDF$ .  
在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDF$  中,  

$$\begin{cases} AB = CD, \\ \angle ABE = \angle CDF, \\ BE = DF, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (SAS); \dots\dots (4 \text{ 分})$   
 (2) 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,  $\therefore AO = BO$ .  
 $\therefore \angle COD = 60^\circ,$   
 $\therefore \angle AOB = 60^\circ.$   
 $\therefore \triangle AOB$  为等边三角形.  
 $\therefore AO = AB = 6. \dots\dots (6 \text{ 分})$   
 $\therefore AC = 12.$   
 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 由勾股定理得,  
 $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3},$   
 $\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}. \dots (8 \text{ 分})$

**19. 解:** 设滑翔站为  $A$ , 长白南站为  $B$ , 沈辽路站为  $C$ , 根据题意画树状图如解图:



$\dots\dots (6 \text{ 分})$   
 由树状图可得, 共有 9 种等可能的结果, 其中小明和小敏抽取到的站名相同的结果有 3 种, 则  $P$  (两人恰好到同一站做志愿者)  $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}. \dots (8 \text{ 分})$

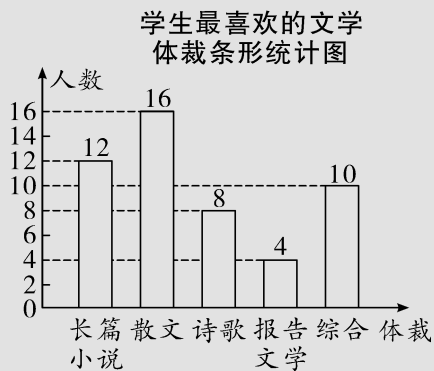
➔ **2019 预测** 概率的计算是近 6 年沈阳中考的必考点.

(1) 除 2015 年在填空题考查外, 其余均在解答题中考查; 设问以两步概率为主; 命题背景多为: 摸卡片或摸球; 考查形式: 除 2013 年为不放回型, 其余均为放回型;  
 ② 预计 2019 年会考查与实际生活有关的概率计算问题.

四、(每小题 8 分, 共 16 分)

**20. 解:** (1) 50, 32;  $\dots\dots (2 \text{ 分})$   
**【解法提示】** 调查的总人数为  $8 \div 16\% = 50$  (名); 喜欢散文的人数有 16 人, 则“散文”所占百分比为  $\frac{16}{50} \times 100\% = 32\%;$

(2) 补全条形统计图如解图；



第 20 题解图

..... (4 分)

【解法提示】喜欢报告文学的人数为  $50 - 12 - 16 - 8 - 10 = 4$  (名)；

(3) 72； ..... (6 分)

【解法提示】“综合”所占百分比为  $\frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$ ，

对应的圆心角度数为  $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ；

(4)  $\frac{12}{50} \times 1100 = 264$  (名)。

答：估计该校有 264 名学生最喜欢的文学体裁是“长篇小说”。 ..... (8 分)

➔ **2019 预测** 统计图(表)的分析是近 6 年沈阳中考的必考点,且均在解答题中考查。

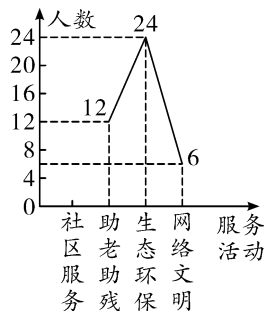
- 涉及的统计图(表)有:条形、扇形、表格、折线;
- 设题一般是两种统计图(表)结合考查,主要以条形统计图和扇形统计图结合为主,设问一般为 4 问;
- 考查知识常涉及:计算样本容量、计算百分比、补全统计图、计算圆心角度数、样本估计总体;
- 预计 2019 年仍会考查统计图(表)的分析,且条形和扇形结合的可能性较大。

**拓展训练**

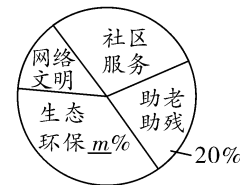
6. 为大力弘扬“奉献、友爱、互助、进步”的志愿服务精神,传播“奉献他人、提升自我”的志愿服务理念,某中学利用周末时间开展了“社区服务、助老助残、生态环保、网络文明”四个志愿服务活动(每人只参加一个活动),学校为了解参加志愿服务活动的情况,随机抽取了部分同学进行调查,将获得的数据整理绘制成如下两幅不完整的统计图:

根据统计图提供的信息,解答下列问题:

参加志愿服务活动情况折线统计图



参加志愿服务活动情况扇形统计图



拓展训练 6 题图

- 本次调查一共抽取了 \_\_\_\_\_ 名学生,  $m =$  \_\_\_\_\_;
- 请根据以上信息求出参加“社区服务”的学生有多少名?
- 扇形统计图中,“生态环保”所对应的圆心角度数是 \_\_\_\_\_ 度;
- 若该校共有 2100 名学生,根据抽样调查的结果,请你估计该校有多少名学生参加“网络文明”活动。

21. 解: 设乙施工队单独完成该线路所有工程需要  $x$  天, 根据题意得:

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{x}\right) \times 4 + \frac{5}{x} = 1,$$

解得:  $x = 15$ . ..... (6 分)

经检验,  $x = 15$  是原方程的解。

答: 乙施工队单独完成该线路所有工程需要 15 天. .... (8 分)

➔ **2019 预测** 方程的实际应用是近 6 年沈阳中考的必考点。

- 考查知识点有: 分式方程的实际应用(1 次)、不等式的实际应用(1 次)、一元二次方程的实际应用(2 次)、方程组的实际应用(1 次)、方程组与不等式结合(1 次)、一次函数的实际应用(1 次);

- (2)考查特点:一般为单点考查,且设问只有1问,仅2016年为方程组与不等式结合的实际应用,设问为2问;  
②预计2019年单独考查分式方程的实际应用的可能性较大.

**拓展训练**

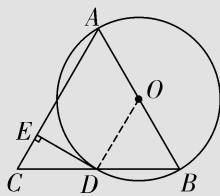
7. 随着现代互联网技术的广泛应用,沈阳快递业已从“黑马”变成“千里马”,快递业的高速发展见证沈阳的新发展、新面貌. 据统计,某快递公司2016年快递总量为144万件,2018年快递总量达到225万件.

- (1)若该公司2016年到2019年快递总量的年平均增长率都相同,求该公司到2019年的快递总量将达到多少万件?  
(2)如果快递投递员平均每人每年可投递快递7.2万件,该公司现有32名快递投递员,为保障2019年的快递投递任务,现公司决定招聘若干人员,至少需要增加多少名快递投递员?

**五、(本题10分)**

22. (1)证明:如解图,连接OD.

- $\because OA = OB, CD = BD,$   
 $\therefore OD$  为  $\triangle ABC$  的中位线,  
 $\therefore OD \parallel AC, \dots\dots (2$  分)  
 $\therefore DE \perp AC,$   
 $\therefore OD \perp DE.$   
 $\therefore OD$  为  $\odot O$  的半径,



第22题解图

$\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线;  $\dots\dots (5$  分)  
(2)解:  $\because OD \parallel AC, \angle BAC = 60^\circ,$   
 $\therefore \angle BOD = \angle BAC = 60^\circ, \angle ODB = \angle C.$   
又  $\because OB = OD,$   
 $\therefore \triangle BOD$  是等边三角形.  $\dots\dots (8$  分)  
 $\therefore \angle C = \angle ODB = 60^\circ, CD = BD = OD = 5,$   
 $\therefore$  在  $Rt\triangle CDE$  中,  
 $DE = CD \cdot \sin C = 5 \times \sin 60^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$   $\dots\dots$   
 $\dots\dots (10$  分)

► **2019 预测** 圆的有关证明与计算是近6年沈阳中考的必考点.

- (1)考查设问有:线段之间的关系(2次),切线判定(2次),求阴影部分面积(2次),求弧长(1次),求角度(1次),求线段长(2次);  
(2)涉及知识点:与切线结合(4次),圆内接三角形、四边形(2次);  
(3)预计2019年仍会考查圆的有关证明与计算,且证明切线及计算线段长的可能性较大.

**六、(本题10分)**

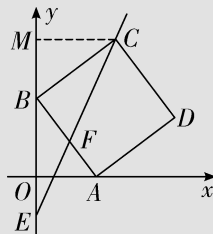
23. 解:(1)5,(4,7);  $\dots\dots (2$  分)

**【解法提示】**在  $Rt\triangle AOB$  中, $OA = 3, OB = 4,$

由勾股定理得  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5.$

如解图①,过点C作  $CM \perp y$  轴于点M,

- $\therefore \angle CMB = \angle BOA = 90^\circ,$   
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形,  
 $\therefore AB = BC, \angle ABC = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ABO + \angle CBM = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle CBM = \angle BAO,$   
 $\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCM,$



第23题解图①

- $\therefore CM = BO = 4, BM = AO = 3,$   
 $\therefore MO = 7,$  则点C的坐标为(4,7);

- (2)  $\because$  点E在y轴的负半轴上, $OE = 1,$   
 $\therefore E$  点坐标为(0, -1),

设直线CE的解析式为  $y = kx + b,$

将点C(4,7),E(0,-1)代入得

$$\begin{cases} 4k + b = 7, \\ b = -1, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 2, \\ b = -1, \end{cases}$$

$\therefore$  直线CE的解析式为  $y = 2x - 1.$

设直线AB的函数解析式为  $y = k_1x + b_1,$

$\because$  点A,B分别在x轴,y轴上, $OA = 3, OB = 4.$

$\therefore A(3,0), B(0,4),$

将点  $A(3,0), B(0,4)$  代入得

$$\begin{cases} 3k_1 + b_1 = 0, \\ b_1 = 4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_1 = -\frac{4}{3}, \\ b_1 = 4, \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $AB$  的解析式为  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ . ..... (4分)

$\therefore$  射线  $EC$  与  $AB$  交于点  $F$ ,

$$\therefore \text{联立} \begin{cases} y = 2x - 1, \\ y = -\frac{4}{3}x + 4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = \frac{3}{2}, \\ y = 2, \end{cases}$$

$\therefore$  点  $F$  的坐标为  $(\frac{3}{2}, 2)$ ; ..... (5分)

(3) ①如解图②, 当点  $P$  在  $BC$  上时,  $PB = 5t - 5$ ,

过点  $C$  作  $CM \perp y$  轴于点  $M$ , 过点  $P$  作  $PK \perp y$  轴于点  $K$ , 由(1)

得  $\angle PBK = \angle BAO$ ,  $\triangle PKB \sim \triangle BOA$ ,

$$\therefore \frac{PK}{PB} = \frac{OB}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore PK = \frac{4}{5}PB = 4t - 4,$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2}OE \cdot PK = \frac{1}{2} \times 1 \times (4t - 4) = 2t - 2,$$

由(1)得点  $C$  的坐标为  $(4, 7)$ ,

$$\therefore MC = 4,$$

$$\therefore OE = 1, \therefore EM = 7 + 1 = 8,$$

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle CEM$  中,

$$CE = \sqrt{MC^2 + EM^2} = 4\sqrt{5}.$$

过点  $Q$  作  $QN \perp y$  轴于点  $N$ ,

则  $\triangle ENQ \sim \triangle EMC$ ,

$$\therefore \frac{EC}{MC} = \frac{QE}{NQ} = \sqrt{5},$$

$$\therefore QE = \sqrt{5}NQ.$$

$$\therefore EQ = \sqrt{5}t, \therefore NQ = t,$$

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2}EO \cdot NQ = \frac{1}{2} \times 1 \times t = \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore y = S_1 + S_2 = 2t - 2 + \frac{1}{2}t = \frac{5}{2}t - 2 (1 < t \leq 2); \dots$$

..... (7分)

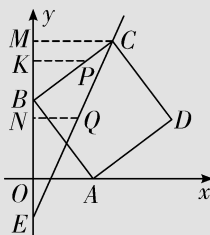
$$\text{②由①知 } S_2 = \frac{1}{2}t,$$

i. 当点  $P$  在线段  $AB$  上时,

如解图③, 过点  $P$  作  $PH \perp y$  轴于点  $H$ ,

$$\therefore \triangle BPH \sim \triangle BAO, BP = 5 - 5t,$$

$$\therefore \frac{PH}{BP} = \frac{OA}{AB} = \frac{3}{5},$$



第 23 题解图②

几何画板动态演示



黑卷第 23 题

$$\therefore PH = \frac{3}{5}BP = \frac{3}{5} \times (5 - 5t) =$$

$$3 - 3t, \therefore S_1 = \frac{1}{2}OE \cdot PH = \frac{1}{2}$$

$$\times 1 \times (3 - 3t) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}t,$$

$$\text{当 } S_1 = S_2 \text{ 时, 即 } \frac{3}{2} - \frac{3}{2}t = \frac{1}{2}t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{3}{4}; \dots \dots \dots (8 \text{ 分})$$

ii. 当点  $P$  在线段  $BC$  上时,

$$\text{由①得 } S_1 = 2t - 2,$$

$$\text{当 } S_1 = S_2 \text{ 时, } 2t - 2 = \frac{1}{2}t \text{ 时,}$$

$$\text{解得 } t = \frac{4}{3}; \dots \dots \dots (9 \text{ 分})$$

iii. 当点  $P$  在线段  $CD$  上时,

当  $S_1 = S_2$  时, 点  $P$  到  $y$  轴的距离与点  $Q$  到  $y$  轴的距离相等,

即  $PQ \parallel y$  轴, 此时点  $Q$  在线段  $EC$  的延长线上,

$\therefore$  当点  $P$  停止时, 点  $Q$  也随之停止,

$$\therefore \text{当点 } P \text{ 回到点 } A \text{ 时, } t = \frac{20}{5} = 4,$$

$$\text{当 } t = 4 \text{ 时, } EQ = 4\sqrt{5},$$

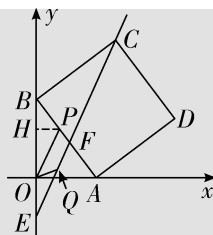
$$\text{由①得 } CE = 4\sqrt{5},$$

$\therefore$  点  $Q$  从点  $E$  开始沿  $EC$  方向运动至  $C$  点停止,

$\therefore$  点  $Q$  不可能运动到  $EC$  的延长线上,

$\therefore$  当点  $P$  在  $C-D$  运动时, 不存在  $S_1 = S_2$ .

综上所述, 当  $S_1 = S_2$  时,  $t$  的值为  $\frac{3}{4}$  或  $\frac{4}{3}$ . ... (10分)



第 23 题解图③

➔ **2019 预测** 坐标系中几何图形的相关证明及

计算沈阳中考近 5 年必考, 且题位固定在第 23 题.

(1) 题干中涉及动点或图形的平移, 设问为 3-4 问, 涉及求线段长、面积、函数解析式、点坐标等;

(2) 结合知识点包含: 勾股定理及其逆定理、相似三角形、全等三角形;

(3) 预计 2019 年第 23 题仍会考查坐标系中几何图形的计算;

七、(本题 12 分)

24. 解: (1) ①证明:  $\therefore \triangle ABC$  是等边三角形,

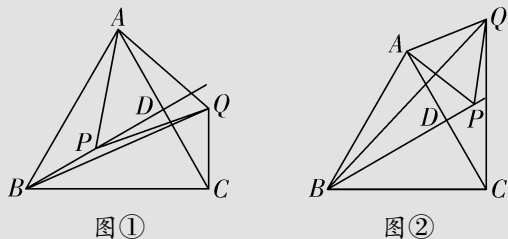
$$\therefore AB = AC,$$

在  $\triangle ABP$  和  $\triangle ACQ$  中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ AP = AQ, \\ BP = CQ, \end{cases}$$

∴  $\triangle ABP \cong \triangle ACQ$ ; ..... (3分)  
 ②∵  $BD \perp AC$ ,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  
 ∴  $\angle ABD = \angle CBD = 30^\circ$ ,  
 ∴  $\triangle ACQ \cong \triangle ABP$ ,  
 ∴  $\angle ACQ = \angle ABP = 30^\circ$ ,  
 ∴  $\angle BCQ = \angle BCA + \angle ACQ = 90^\circ$ ; ..... (4分)  
 (2)  $\beta - 30^\circ$  或  $30^\circ - \beta$ ; ..... (6分)

**【解法提示】**∵  $\triangle APQ$  为等边三角形,  
 ∴  $\angle AQP = 60^\circ$ ,  $\angle PAQ = 60^\circ$ ,  
 i. 当点  $Q$  在射线  $BD$  的下方时, 如解图①,  
 在  $\triangle ACQ$  中,  $\angle ACQ = 30^\circ$ ,  
 ∴  $\angle PQC + \angle CAQ = 180^\circ - \angle AQP - \angle ACQ = 90^\circ$ ,  
 ∴  $\beta + \angle CAQ = 90^\circ$ ,  
 ∴  $\angle CAQ = \angle PAQ - \angle PAD = 60^\circ - \alpha$ ,  
 ∴  $\beta + (60^\circ - \alpha) = 90^\circ$ ,  
 ∴  $\alpha = \beta - 30^\circ$ ;  
 ii. 当点  $Q$  在射线  $BD$  的上方时, 如解图②,  
 在  $\triangle CAQ$  中,  $\angle CAQ + \angle CQA = 180^\circ - \angle ACQ = 150^\circ$ ,  
 ∴  $(\alpha + 60^\circ) + (\beta + 60^\circ) = 150^\circ$ ,  
 解得  $\alpha + \beta = 30^\circ$ ,  
 即  $\alpha = 30^\circ - \beta$ ;



图① 图②

第 24 题解图

(3) 点  $C$  到  $BQ$  的距离为  $\frac{10\sqrt{219}}{73}$  或  $\frac{14\sqrt{291}}{97}$ . .....  
 ..... (12分)

**【解法提示】**设点  $C$  到  $BQ$  的距离为  $l$ ,  
 ①当点  $P$  在线段  $BD$  上时, 如解图①  
 ∵  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  
 ∴  $BD = AB \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  
 ∴  $AP = \frac{\sqrt{13}}{2}$ ,  $BD \perp AC$ ,  
 ∴ 在  $\text{Rt}\triangle APD$  中,  
 $DP = \sqrt{AP^2 - AD^2} = \sqrt{\frac{13}{4} - 3} = \frac{1}{2}$ ,  
 ∴  $BP = BD - DP = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ ,  
 ∴  $CQ = \frac{5}{2}$ ,  
 ∴  $BC = 2\sqrt{3}$ , 由(1)得  $\angle BCQ = 90^\circ$ ,

∴ 在  $\text{Rt}\triangle BCQ$  中,  
 $BQ = \sqrt{BC^2 + CQ^2} = \sqrt{12 + \frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{73}}{2}$ ,  
 ∴  $BQ \cdot l = BC \cdot CQ$ ,  
 ∴  $l = \frac{BC \cdot CQ}{BQ} = \frac{2\sqrt{3} \times \frac{5}{2}}{\frac{\sqrt{73}}{2}} = \frac{10\sqrt{219}}{73}$ ;

②当点  $P$  在  $BD$  的延长线上时, 如解图②,

同理可得  $BD = 3$ ,  $DP = \frac{1}{2}$ ,  
 ∴  $BP = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ ,  $CQ = \frac{7}{2}$ ,

∴ 在  $\text{Rt}\triangle BCQ$  中,  
 $BQ = \sqrt{BC^2 + CQ^2} = \sqrt{12 + \frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{97}}{2}$ ,  
 ∴  $BQ \cdot l = BC \cdot CQ$   
 ∴  $l = \frac{BC \cdot CQ}{BQ} = \frac{2\sqrt{3} \times \frac{7}{2}}{\frac{\sqrt{97}}{2}} = \frac{14\sqrt{291}}{97}$ ;

综上所述, 点  $C$  到  $BQ$  的距离为  $\frac{10\sqrt{219}}{73}$  或  $\frac{14\sqrt{291}}{97}$ .

几何画板动态演示



黑卷第 24 题

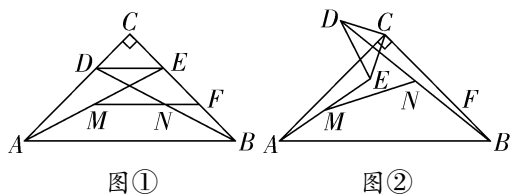
**► 2019 预测** 与三角形、四边形有关的证明与计算是近 6 年沈阳中考的必考点, 且题位固定在第 24 题.  
 (1) 设题背景: 涉及角度变化(1次)、动点(2次)、折叠(1次)、旋转(2次);  
 (2) 设问一般为 2-3 问, 其中一问会包含 2-3 个小问.  
 (3) 结合知识点: 勾股定理(4次), 三角形全等(4次), 三角形相似(1次);  
 (4) 预计 2019 年仍会考查与三角形、四边形有关的证明与计算, 且涉及旋转的可能性较大.

**拓展训练**

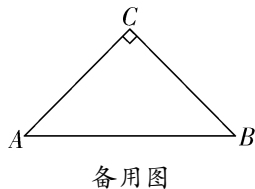
8. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ , 点  $D, E$  分别在  $AC, BC$  边上, 连接  $DE, AE, BD$ ,  $\angle EAB = \angle DBA$ , 点  $M, N$  分别是  $AE, BD$  的中点, 连接  $MN$ .  
 (1) 如图①.  
 ①求证:  $\triangle ACE \cong \triangle BCD$ ;  
 ②延长  $MN$  交  $BC$  于点  $F$ , 则  $\angle CFM = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\frac{MN}{BE} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  
 (2) 将  $\triangle DEC$  绕点  $C$  顺时针转到图②的位置, 求证:  $\frac{MN}{BE}$  的结果不发生变化;



(3)若  $CB = 3CE = 6$ , 将图①中的  $\triangle DEC$  绕点  $C$  逆时针旋转一周的过程中, 当  $B, E, D$  三点在一条直线上时, 请直接写出  $MN$  的长度.



拓展训练 8 题图



八、(本题 12 分)

25. 解:(1)①  $y = -x^2 + 2x + 3$ ; ..... (2 分)

【解法提示】将点  $A(-1, 0), B(3, 0)$  分别代入到  $y = -x^2 + bx + c$  中,

$$\begin{cases} -1 - b + c = 0, \\ -9 + 3b + c = 0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = 2, \\ c = 3, \end{cases}$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = -x^2 + 2x + 3$ ;

②如解图①, 过  $A$  作  $AH \perp BC$  于点  $H$ , 连接  $AC$ , 则  $AH \cdot BC = AB \cdot OC$ ,

令  $x = 0$ , 则  $y = 3, \therefore C(0, 3)$ ,

$\therefore A(-1, 0), B(3, 0)$ ,

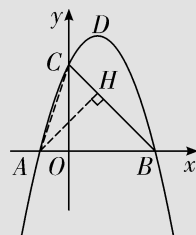
$\therefore AB = 4$ , 由勾股定理可得,  $AC$

$$= \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

$$BC = 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore AH \cdot 3\sqrt{2} = 3 \times 4,$$

$$\text{即 } AH = 2\sqrt{2}.$$



第 25 题解图①

$$\therefore \sin \angle ACB = \frac{AH}{AC} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \dots\dots (3 \text{ 分})$$

(2)由(1)得  $AB = 4$ , 抛物线对称轴为直线  $x = 1$ ,

①当  $AB$  是平行四边形的边时,  $MP$  与  $x$  轴平行, 此时  $MP = AB = 4$ ,

$\therefore$  点  $P$  的横坐标为 5 或 -3,

i. 当点  $P$  的横坐标为 5 时, 点  $P$  的纵坐标为  $y = -x^2 + 2x + 3 = -12$ ,

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(5, -12)$ ,

根据勾股定理可得  $AP = \sqrt{(1+5)^2 + (-12)^2} = 6\sqrt{5}$ ;

ii. 当点  $P$  的横坐标为 -3 时, 点  $P$  的纵坐标为  $y = -x^2 + 2x + 3 = -12$ ,

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-3, -12)$ ,

$\therefore$  根据勾股定理可得

$$AP = \sqrt{2^2 + (-12)^2} = 2\sqrt{37}; \dots\dots (5 \text{ 分})$$

②当  $AB$  为平行四边形的对角线时, 根据平行四边形对角线互相平分,

$\therefore$  平行四边形对角线的交点坐标为  $(1, 0)$ ,

$\therefore$  由对称性质可得: 点  $P$  的横坐标为 1,

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(1, 4)$ ,

$\therefore$  根据勾股定理可得  $AP = \sqrt{(1+1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ,

综上, 当以  $A, M, P, B$  为顶点的四边形为平行四边形时, 线段  $AP$  的长为  $6\sqrt{5}, 2\sqrt{37}, 2\sqrt{5}$ ; ..... (8 分)

(3)  $\frac{3}{5}$  或 3. .... (12 分)

【解法提示】 $\because B(3, 0), C(0, 3)$ ,

$\therefore$  直线  $BC$  的解析式为  $y = -x + 3$ ,

$\therefore$  抛物线解析式  $y = -x^2 + 2x + 3$ ,

$\therefore$  对称轴为直线  $x = 1, D(1, 4), CQ = t + 1$ ,

$\therefore Q(t+1, 3), E(t+1, -t^2 + 4)$ ,

$\therefore \angle ECQ = \angle RCO, \angle COR = \angle EQC$ ,

$\therefore \triangle ECQ \sim \triangle RCO$ ,

$$\therefore \frac{EQ}{OR} = \frac{CQ}{OC},$$

①点  $E$  在点  $Q$  上方时, 如解图②,

$$EQ = (-t^2 + 4) - 3 = -t^2 + 1, CQ = t + 1, OR = 2t,$$

$$\therefore \frac{-t^2 + 1}{2t} = \frac{t + 1}{3},$$

$$\text{解得符合题意的 } t = \frac{3}{5};$$

②当点  $E$  在点  $Q$  下方时,如解图③,在  $\triangle ECQ$  中,

$$EQ = 3 - (-t^2 + 4) = t^2 - 1, CQ = t + 1,$$

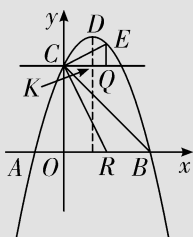
同理  $\triangle ECQ \sim \triangle RCO$ ,

在  $\triangle COR$  中,  $OC = 3, OR = 2t$ ,

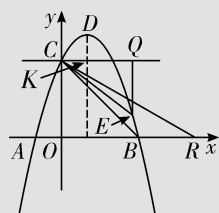
$$\therefore \frac{t^2 - 1}{2t} = \frac{t + 1}{3},$$

解得符合题意的  $t = 3$ .

综上,  $t = \frac{3}{5}$  或  $3$ .



图②



图③

第 25 题解图

几何画板动态演示



黑卷第 25 题

► **2019 预测** 二次函数综合题是近 6 年沈阳中考

的必考点,题位固定在第 25 题.

(1) 设题背景:与三角形结合(3 次),与四边形结合(1 次),与矩形结合(1 次),设问一般为 3-4 问,且其中一问包含 2-3 个小问;

(2) 命题常结合动点、动直线、折叠;

(3) 设问主要有:求点坐标、求解析式、线段问题、图形判定、三角形面积问题等;

(4) 预计 2019 年仍会延续以往形式考查二次函数综合题.

## 拓展训练

1. B

2. A 【解析】将大于 10 的数用科学记数法表示,其形式为  $a \times 10^n$ ,其中  $1 \leq a < 10, n$  为原数的整数位数减 1,故 1900 万  $= 19000000 = 1.9 \times 10^7$ .

3.  $x - 1$  【解析】原式  $= \frac{x^2 - 1}{x^2} \cdot \frac{x^2}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x^2} \cdot \frac{x^2}{x + 1} = x - 1$ .

4. 90 【解析】设销售单价为  $x$  元,该商店每天的利润为  $w$ ,由题意可得  $w = (x - 60)[110 - 2(x - 65)] = -2(x - 90)^2 + 1800$ ,故当销售单价定为 90 元时,才

## 拓展训练

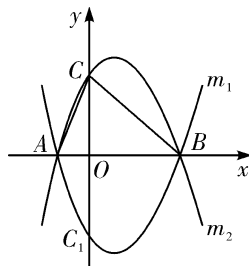
9. 如图,在平面直角坐标系  $xOy$  中,抛物线  $m_1: y = x^2 - 2x - 3$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点,与  $y$  轴交于  $C_1$  点,将  $m_1$  沿  $x$  轴翻折,得到新的抛物线  $m_2$ ,与  $y$  轴交于  $C$  点.

(1) 填空:  $CC_1$  的长度是 \_\_\_\_\_;  $AB$  的长度是 \_\_\_\_\_;

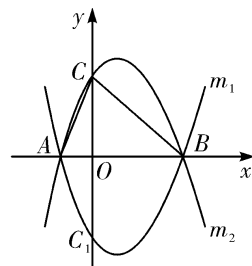
(2) 直接写出抛物线  $m_2$  的解析式;

(3) 在抛物线  $m_1$  上的  $A$  点右侧有一点  $P$ ,当  $\angle PAC = \angle PCA$  时,求点  $P$  的坐标;

(4) 若  $D, E$  在  $x$  轴上,  $M$  在  $AC$  上,  $N$  在  $BC$  上,已知矩形  $DENM$  内接于  $\triangle ABC$ ,且它的面积等于  $\triangle ABC$  面积的一半,直接写出点  $M$  的坐标.



拓展训练 9 题图



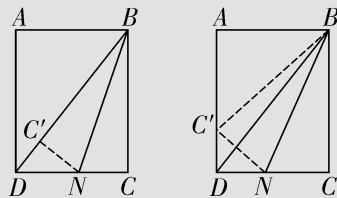
备用图

能使每天的利润最大.

5.  $\frac{4}{3}$  或  $\frac{16 - 4\sqrt{7}}{3}$  【解析】当点  $C'$  落在  $BD$  上时,如解图①,根据对称的性质可设  $CN = C'N = x$ ,由题意可知,  $BC = BC' = 4, AB = DC = 3, \therefore BD = 5, \therefore C'D = BD - BC' = 1, DN = 3 - x$ ,在  $\text{Rt} \triangle C'DN$  中,  $\therefore C'N^2 + C'D^2 = DN^2, \therefore x^2 + 1 = (3 - x)^2$ ,解得  $x = \frac{4}{3}$ ;当点  $C'$  落在  $AD$  上时,如解图②,设  $CN = C'N = x$ ,则在  $\text{Rt} \triangle AC'B$  中,  $\therefore AB = 3, BC' = BC = 4, \therefore AC' = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}, \therefore C'D = 4 - \sqrt{7}$ .在  $\text{Rt} \triangle C'DN$  中,  $\therefore C'D^2 + DN^2 = C'N^2$ ,

$\therefore (4 - \sqrt{7})^2 + (3 - x)^2 = x^2$ , 解得  $x = \frac{16 - 4\sqrt{7}}{3}$ . 综

上,  $CN$  的长为  $\frac{4}{3}$  或  $\frac{16 - 4\sqrt{7}}{3}$ .



图① 图②

拓展训练5题解图

6. 解: (1) 60, 40;

【解法提示】一共抽取了  $12 \div 20\% = 60$  (名),  $m = \frac{24}{60} \times 100\% = 40\%$ .

(2) 参加“社区服务”的学生有  $60 - 12 - 24 - 6 = 18$  (名);  
(3) 144;

【解法提示】“生态环保”所对应的圆心角度数为  $\frac{24}{60} \times 360^\circ = 144^\circ$ .

(4) 参加“网络文明”的学生人数有  $\frac{6}{60} \times 2100 = 210$  (名).

答: 估计该校有 210 名学生参加“网络文明”活动.

7. 解: (1) 设每年的平均增长率为  $x$ , 由题意得,

$144(1+x)^2 = 225$ ,  
解得  $x = 0.25 = 25\%$  或  $x = -2.25$  (不合题意, 舍去),  
 $225 \times (1 + 25\%) = 281.25$  (万件).

答: 该公司到 2019 年的快递总量将达到 281.25 万件;

(2) 设该公司需要增加  $m$  名快递投递员, 由题意得,

$7.2(32 + m) \geq 281.25$ ,

解得  $m \geq 7.0625$ ,

$\therefore m$  只能为正整数,

$\therefore m$  最小取 8.

答: 至少需要增加 8 名快递投递员.

8. (1) ①证明:  $\because AC = BC$ ,

$\therefore \angle CAB = \angle CBA$ , 且  $\angle CAE = \angle CAB - \angle EAB$ ,  
 $\angle CBD = \angle CBA - \angle DBA$ ,  $\therefore \angle CAE = \angle CBD$ .

又  $\because \angle ACE = \angle BCD = 90^\circ$ ,

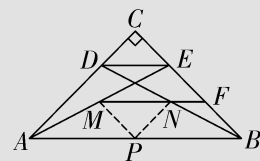
$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD$ ;

②解:  $45^\circ, \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

【解法提示】如解图①, 取

$AB$  的中点  $P$ , 连接  $PM, PN$ ,  
 $\therefore AM = ME, AP = PB$ ,  $\therefore$

$PM \parallel BE, PM = \frac{1}{2}BE$ ,



拓展训练8题解图①

$\therefore \angle PMN = \angle CFM, \therefore BN = DN, AP = PB, \therefore PN \parallel AD$ ,  
 $PN = \frac{1}{2}AD, \therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD, \therefore CD = CE$ , 又  $\because AC =$

$BC, \therefore AD = BE, \therefore PM = PN, \therefore \angle ACB = 90^\circ, \therefore AC \perp$

$BC, \therefore PM \parallel BC, PN \parallel AC, \therefore PM \perp PN, \therefore \triangle PMN$  是等腰

直角三角形,  $\therefore \angle PMN = 45^\circ, MN = \sqrt{2}PM, \therefore \angle CFM =$

$45^\circ, MN = \sqrt{2} \times \frac{1}{2}BE = \frac{\sqrt{2}}{2}BE$ , 即  $\frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(2) 证明: 如解图②, 连接

$AD$ , 连接  $BE$  并延长交  $AD$

于点  $H$ , 取  $AB$  的中点  $P$ , 连接

$PM, PN$ , 拓展训练8题解图②

$\because AC = BC, CD = CE, \angle ACB =$

$= \angle DCE = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ACB - \angle ACE = \angle DCE - \angle ACE$ ,

$\therefore \angle DCA = \angle ECB$ ,

$\therefore \triangle DCA \cong \triangle ECB$  (SAS),

$\therefore AD = BE, \angle DAC = \angle EBC$ ,

$\therefore \angle AHB = 180^\circ - (\angle HAB + \angle ABH) = 180^\circ - (45^\circ$

$+ \angle HAC + \angle ABH) = 180^\circ - (45^\circ + \angle HBC +$

$\angle ABH) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ,

$\therefore BH \perp AD$ ,

$\therefore M, N, P$  分别为  $AE, BD, AB$  的中点,

$\therefore PM \parallel BE, PM = \frac{1}{2}BE, PN \parallel AD, PN = \frac{1}{2}AD$ ,

$\therefore PM = PN, \angle MPN = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle PMN$  是等腰直角三角形,  $\therefore PM = \frac{\sqrt{2}}{2}MN$ ,

$\therefore BE = 2PM = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}MN = \sqrt{2}MN. \therefore \frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(3)  $\sqrt{17} - 1$  或  $\sqrt{17} + 1$ .

【解法提示】①如解图③过点  $C$  作  $CG \perp BD$  于点  $G$ ,

$\because CB = 3CE = 6, \therefore CD = CE = 2, \therefore CG = GE = DG =$

$\sqrt{2}$ , 当  $D, E, B$  共线时, 在  $\text{Rt} \triangle BCG$  中,  $BG =$

$\sqrt{BC^2 - CG^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{34}$ , 由(2)同理得

$\triangle ACD \cong \triangle BCE, \therefore AD = BE = BG - GE = \sqrt{34} - \sqrt{2}$ ,

由(2)同理可得  $\frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} - 1$ ; ②

如解图④, 过点  $C$  作  $CG \perp BD$  于点  $G$ , 同理可得  $CG =$

$GE = DG = \sqrt{2}$ , 当  $E, D, B$  共线时, 在  $\text{Rt} \triangle BCG$  中,

$BG = \sqrt{BC^2 - CG^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{34}$ , 由(2)同

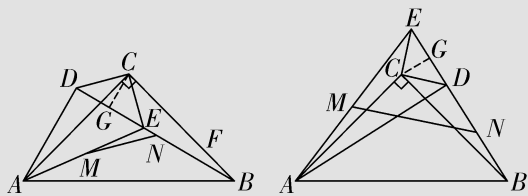
理可得  $\frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} + 1$ .

同理可得  $\frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} + 1$ .

同理可得  $\frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} + 1$ .

理得  $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ,  $\therefore AD = BE = BG + GE = \sqrt{34} + \sqrt{2}$ , 由(2)同理可得  $\frac{MN}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\therefore MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} + 1$ .

1. 综上,  $MN$  的长度为  $\sqrt{17} - 1$  或  $\sqrt{17} + 1$ .



图③

图④

拓展训练8题解图

几何画板动态演示



黑卷拓展训练8题

9. 解:(1)6;4;

【解法提示】在抛物线  $m_1$  中, 当  $x=0$  时,  $y=-3$ ,

$\therefore C_1(0, -3)$ ,

$\therefore$  抛物线  $m_2$  是由抛物线  $m_1$  沿  $x$  轴翻折得到的,

$\therefore C(0, 3)$ ,  $\therefore CC_1$  的长度是6;

在抛物线  $m_1$  中, 当  $y=0$  时, 即  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,

解得  $x_1 = -1, x_2 = 3$ ,

$\therefore A(-1, 0), B(3, 0)$ ,

$\therefore AB$  的长度是4;

(2)  $y = -x^2 + 2x + 3$ ;

【解法提示】设抛物线  $m_2$  的解析式为  $y = ax^2 + bx + c$ ,

$\therefore A(-1, 0), B(3, 0), C(0, 3)$ ,

$$\therefore \begin{cases} a - b + c = 0, \\ 9a + 3b + c = 0, \\ c = 3, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1, \\ b = 2, \\ c = 3, \end{cases}$$

$\therefore$  抛物线  $m_2$  的解析式为  $y = -x^2 + 2x + 3$ ;

(3) 设  $P(n, n^2 - 2n - 3)$ ,

当  $\angle PAC = \angle PCA$  时, 即  $PA = PC$ ,

利用勾股定理可得,

$$PA^2 = (n+1)^2 + (n^2 - 2n - 3)^2,$$

$$PC^2 = n^2 + (n^2 - 2n - 3 - 3)^2 = n^2 + (n^2 - 2n - 6)^2,$$

$$\therefore (n+1)^2 + (n^2 - 2n - 3)^2 = n^2 + (n^2 - 2n - 6)^2,$$

$$\text{解得 } n_1 = \frac{5 + \sqrt{181}}{6}, n_2 = \frac{5 - \sqrt{181}}{6},$$

$\therefore$  点  $P$  在  $A$  点右侧,

$$\therefore n = \frac{5 + \sqrt{181}}{6},$$

$$n^2 - 2n - 3 = \frac{19 - \sqrt{181}}{18},$$

$$\text{即 } P\left(\frac{5 + \sqrt{181}}{6}, \frac{19 - \sqrt{181}}{18}\right);$$

(4) 点  $M$  的坐标为  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ .

【解法提示】如解图, 设  $MN$

交  $y$  轴于点  $F$ , 令  $MD = t$ ,

$\therefore MN \parallel AB$ ,

$\therefore \triangle CMN \sim \triangle CAB$ ,

$$\therefore \frac{MN}{AB} = \frac{CF}{CO},$$

$$\therefore \frac{MN}{4} = \frac{3-t}{3},$$

$$\therefore MN = \frac{4(3-t)}{3},$$

$$\therefore S_{\text{矩形DENM}} = t \cdot \frac{4(3-t)}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6,$$

$$S_{\text{矩形DENM}} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore t \cdot \frac{4(3-t)}{3} = 3,$$

$$\therefore 4t^2 - 12t + 9 = 0,$$

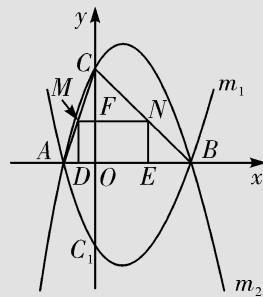
$$\text{解得 } t = \frac{3}{2},$$

$\therefore MD \parallel OC$ ,

$$\therefore \frac{AD}{AO} = \frac{MD}{OC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$  点  $D$  为  $OA$  的中点,

$\therefore$  点  $M$  的坐标为  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ .



拓展训练9题解图

**郑重提示**

数学答案到此结束, 如未做下一科试卷, 请勿翻页