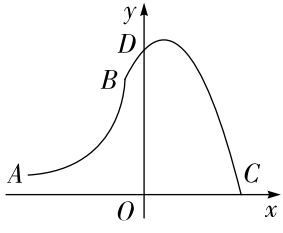
数　学

重难题 1　函数实际应用题

1. (2022 **河北黑白卷**)河北张家口的“雪如意”是2022年冬奥会跳台滑雪的比赛场地,如图为其中一段滑雪赛道的截面示意图,在一个以水平地面为 x 轴的平面直角坐标系中,这段赛道由两段不完整的曲线构成. 其中,AB 段赛道运动员距离地面的高度与滑出的水平距离成反比,BC 段赛道近似满足抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$),点 A 处距离地面的高度为 1 m,到 y 轴的距离为 6 m,点 B 处到 y 轴的距离为 1 m,BC 段赛道与 y 轴的交点 D 与水平地面的距离为 $\frac{15}{2}$ m,落地点 C 距离原点 5 m.



第 1 题图

(1)求 AB 段赛道的解析式及其自变量的取值范围;

(2)求这段赛道的最高点距离地面的高度;

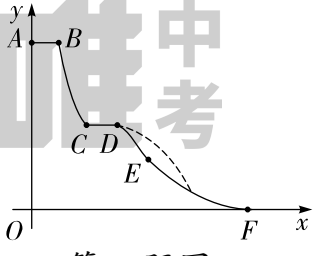
(3)某运动员在 AB 段赛道上滑行至距离 y 轴 3 m 时,在 BC 赛道的同样高度上有一个旗门,此时该运动员与旗门的水平距离为多少?

2. (2022 **河北黑白卷**) 如图是一种水上滑梯的示意图,其中线段 AB 是长 1 米,高度为 6 米的平台,游客在滑道 BC 上时距离地面的高度和滑出的水平距离成反比. 线段 CD 是长 1 米的缓冲段,距离水平地面的高度为 3 米,滑道 DE 和滑道 EF 是两段不同的抛物线,其顶点分别为 D,F,且 E 点到地面的距离为 2 米,到点 D 的水平距离为 1 米. 已知当游客到达地面时,他滑出的水平距离为 8 米.

(1) 求从 A 点滑到 D 点时,所经过的水平距离;

(2) 求滑道 EF 的函数解析式;

(3) 为了增强娱乐效果,该滑梯上的点 D 处安装了一个沿水平方向向外喷射水流的装置,已知喷射出的水流呈抛物线状,且水流抛物线的顶点为点 D,设该水流抛物线的二次项系数为 m,要使水流刚好落在 EF 段(含端点),请直接写出 m 的取值范围.



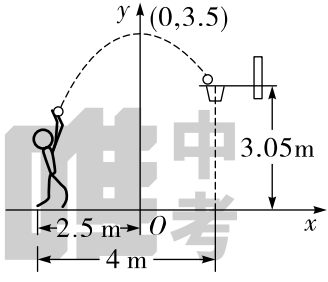
第 2 题图

名唯中考

3. (2022 **河北黑白卷**)已知篮筐距地面 3.05 m,小亮站在距篮筐水平距离 4 m 处跳起投篮,篮球的运行路线是抛物线的一部分,当篮球运行的水平距离为 2.5 m 时,达到最大高度 3.5 m,然后准确落入篮筐. 篮球和篮筐均看作一个点,建立如图所示的平面直角坐标系,y 轴经过抛物线的顶点.

(1)求小亮投篮时篮球运行路线所在抛物线的解析式;

(2)已知小亮的身高是 1.8 m,在这次跳投中,篮球在他头顶上方 0.25 m 处出手,求球出手时小亮跳离地面的高度是多少米?



第 3 题图

(3)若小亮投篮后篮球被篮筐弹了出来,恰被距篮筐水平距离为 5 m 处的小明跳起来接住,小明接球的高度为 2.3 m. 已知篮球弹出后运行路线也是抛物线的一部分(两抛物线在同一平面内),运行的水平距离为 2 m 时到达最高点. 若小明不接球,让篮球自由落地,则落地点到篮筐的水平距离是多少 m?

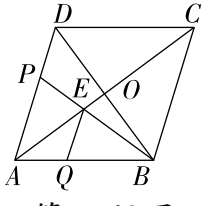
重难题 2　函数与几何综合题

4. (2022 **长沙黑白卷**)如图,菱形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O,点 P,Q 分别在边 AD,AB 上运动(点 P,Q 不与线段端点重合),连接 BP 交 AC 于点 E,连接 QE. 已知 $AB=5$,$AC=8$,且 $AQ=DP$.

(1)求 BD 的长;

(2)若 $QE/\!/AD$,求 DP 的值;

(3)令 $DP=x$,四边形 $AQEP$ 的面积为 S,求出 S 关于 x 的函数解析式,并指明自变量 x 的取值范围.



第 4 题图

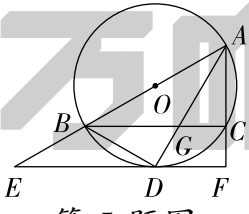
重难题 3　与圆有关的证明及计算

5. (2022 **广东黑白卷**) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 为 $\odot O$ 的直径, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 G, 交 $\odot O$ 于点 D, 连接 BD, 过点 D 作 BC 的平行线, 分别交 AB, AC 的延长线于点 E, F.

(1) 求证: $AG \cdot DG = BG \cdot CG$;

(2) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 若 $AE = 3AC = 12$, 求线段 AD 的长.



第 5 题图

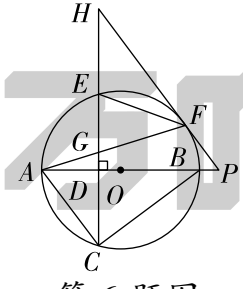
五唯中考

6. (2022 **广东黑白卷**) 如图,$\odot O$ 是$\triangle ABC$ 的外接圆,AB 是$\odot O$ 的直径,$CE\perp AB$ 于点 D,AF 交 CE 于点 G,延长 CE 至点 H,使 $GH=FH$,HF 与 AB 的延长线交于点 P,连接 EF,且 $FE=FG$.

(1)求证:$AC/\!/PH$;

(2)求证:PH 与$\odot O$ 相切;

(3)若 $\tan H=\dfrac{3}{4}$,$DG=1$,求 PB 的长.



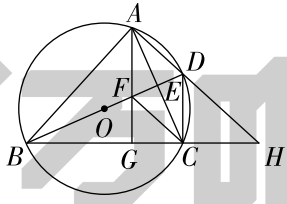
第 6 题图

7. (2022 **福建黑白卷**) 如图,$\odot O$ 是四边形 $ABCD$ 的外接圆,BD 是$\odot O$ 的直径,AC,BD 相交于点 E,过点 A 作 $AG\perp BC$ 于点 G,交 BD 于点 F,AC 平分$\angle DAF$,延长 AD,BC 交于点 H,连接 CF.

(1)求证:$AF=CF$;

(2)求证:$\angle FCG+2\angle CBD=90°$;

(3)若 $\tan\angle DHC=\dfrac{3}{4}$,求$\dfrac{FG}{AB}$的值.



第 7 题图

唯中考